

1. Síla 60 N uděluje tělesu zrychlení $0,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Jak velká síla udělí témuž tělesu zrychlení $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$?
BI5147 150 N
2. Těleso o hmotnosti 200 g, které bylo na začátku v klidu, působením stálé F síly dosáhlo na konci šesté sekundy rychlosti o velikosti $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Určete velikost síly působící na těleso.
BI5148 0,1 N
3. Na těleso o hmotnosti 0,2 kg, které je na začátku v klidu, začne působit stálá síla 0,1 N. Jakou rychlost získá těleso za 6 s od začátku pohybu a jakou dráhu při tom urazí?
BI5149 za 6s $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 9m

4. Těleso, které bylo na začátku v klidu, se začalo působením stálé síly 20 N pohybovat rovnoměrně zrychleně a urazilo při tom za 10 s dráhu 25 m. Jaká je jeho hmotnost?
BI5250 40 kg

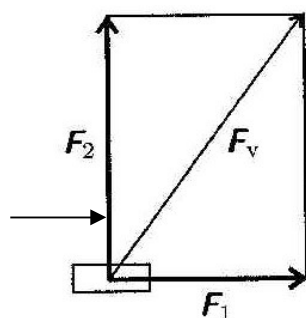
5. Vagon o hmotnosti 16 t se pohyboval počáteční rychlostí $36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a setrvačností pak urazil do úplného zastavení dráhu 0,5 km. Určete velikost stálé brzdící síly, která působila proti směru jeho pohybu.
BI5251 1,6 kN

6. Vlak o hmotnosti $4 \cdot 10^6 \text{ kg}$ pohybující se rychlostí $36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ začal brzdít stálou silou $2 \cdot 10^5 \text{ N}$. Jakou vzdálenost urazí za 1 min od začátku brzdění? Za jakou dobu se vlak zastaví a jakou dráhu při tom urazí?

BI5352 510 m 200 s 1 km

7. Na těleso o hmotnosti 10 kg působí v jednom bodě dvě navzájem kolmé síly o velikostech 3 N a 4 N. Určete zrychlení tělesa.

í. BI5453 $0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$



8. Určete tažnou sílu lokomotivy, jestliže uděluje vlaku o hmotnosti 2500 t zrychlení $5 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$. Celková odporová síla působící proti pohybu vlaku je 0,5% jeho tíhy. Tíhové zrychlení je $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

BI5554 $2,5 \cdot 10^5 \text{ N}$

9. Těleso o hmotnosti 500 kg je taženo rovnoměrně zrychleným pohybem svisle vzhůru. Určete zrychlení, při kterém se tažné lano přetrhne, jestliže jeho pevnost v tahu je 15 kN. BI5555
 $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

10. Těleso o hmotnosti 0,2 kg padající z výšky 36 m dopadlo na zem za 3 s. Dokažte, že těleso nepadlo volným pádem, a určete odporovou sílu, kterou vzduch působil na padající těleso. Předpokládáme, že odporová síla je během pohybu stálá. Tíhové zrychlení je $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

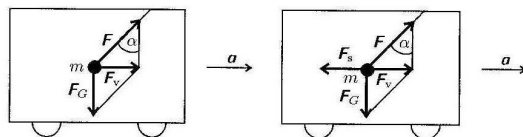
BI5757 0,4 N

11. Dvě tělesa o různých hmotnostech $m_1 > m_2$ začala padat ve stejném okamžiku ze stejné výšky nad zemí. Na obě tělesa při pádu působily stejné konstantní odporové síly vzduchu. Dopadnou obě tělesa na zem současně?

BI5758 $a_1 > a_2$

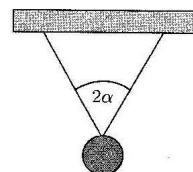
12. Ve vagonu, který se pohybuje po vodorovné rovině rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, je zavěšeno na vlákně těleso o hmotnosti 2 kg. Určete úhel, který svírá vlákno se svislým směrem, a velikost tahové síly, kterou je vlákno napínáno. Předpokládáme, že při pohybu vagonu je těleso vzhledem k vagonu v klidu. Tíhové zrychlení je $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

BI5859 17° 21 N



13. Těleso o hmotnosti 1 kg je připevněno k horizontálně umístěné tyči dvěma vlákny svírajícími úhel 60° . Těleso i s tyčí je na začátku v klidu. Jaká bude tahová síla každého vlákna, jestliže tyč začneme táhnout svisle vzhůru se zrychlením $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$? Tíhové zrychlení je $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

BI6060 8,6 N



14. Mezi dvěma nepohybujícími se loďkami, které jsou na hladině jezera, je nataženo lano. Člověk, který je na první loďce, táhne lano stálou silou 50 N po dobu 5 s. Určete velikost rychlostí, které budou mít obě loďky za tuto dobu. Jaká bude za tuto dobu velikost relativní rychlosti první loďky vzhledem k druhé? Hmotnost první loďky i s člověkem je 250 kg, hmotnost druhé loďky 500 kg. Odpor vody neuvažujeme.

BI6061 $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ $0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ $1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.



15. Na vodorovně podložce jsou dvě tělesa o stejných hmotnostech 1 kg spojená navzájem pružinou o tuhosti $200 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Na jedno z obou těles působí ve vodorovném směru stálá síla 20 N. Určete sílu pružnosti, kterou je napínána pružina, a prodloužení pružiny za předpokladu, že obě tělesa se pohybují se stejným zrychlením. Tíhu pružiny a tření mezi tělesy a podložkou neuvažujeme.

BI6162

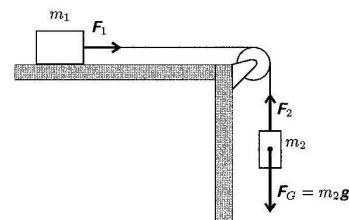
10 N 0,05 m



16. Dvě tělesa o hmotnostech 4 kg a 1 kg jsou spojena vláknem přes kladku o zanedbatelné hmotnosti. Určete velikosti zrychlení jednotlivých těles a velikost tahové síly, kterou je napínáno vlákno. Tření mezi tělesem a podložkou neuvažujeme. Tíhové zrychlení je $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

BI6263

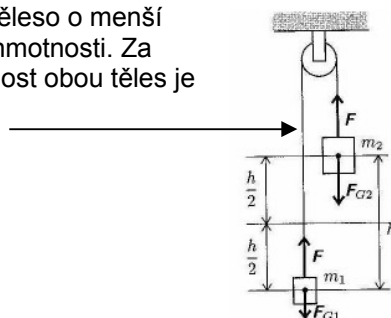
$2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 8 N



17. Na pevné kladce visí dvě tělesa s hmotnostmi 3 kg a 6,8 kg. Těleso o menší hmotnosti se nachází ve vzdálenosti 2 m pod tělesem o větší hmotnosti. Za jakou dobu budou obě tělesa ve stejné výšce? Počáteční rychlost obou těles je nulová. Hmotnost kladky neuvažujeme.

BI6464

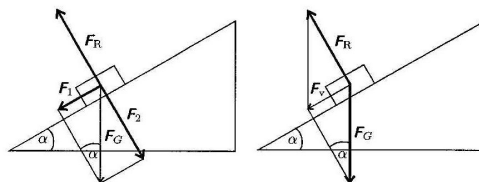
0,7 s



18. Na nakloněnou rovinu s úhlem sklonu 30° položíme těleso o hmotnosti 2 kg. Určete zrychlení, se kterým se těleso na nakloněné rovině bude pohybovat, třecí sílu neuvažujeme.

$5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

BI6565



19. Vypočítejte poměr velikostí tlakových sil, kterými těleso působí na vodorovnou rovinu a na nakloněnou rovinu s úhlem sklonu 60° .

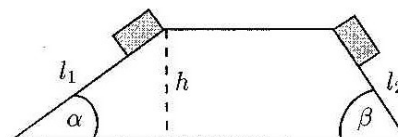
BI6666

60°

20. Které z obou těles na obrázku sklouzne po nakloněné rovině dříve? Tření neuvažujeme.

BI6667

$t_1 > t_2$



Tíhové zrychlení je $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

ÚLOHY

NEWTONOVY POHYBOVÉ ZÁKONY

Úloha 47

Síla 60 N uděluje tělesu zrychlení $0,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Jak velká síla udělí těm tělesu zrychlení $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$?

Řešení

$$F_1 = 60 \text{ N}, a_1 = 0,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, a_2 = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, F_2 = ?$$

Síla F_2 , která udělí tělesu zrychlení $a_2 = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, je podle druhého pohybového zákona určena vztahem $F_2 = ma_2$. Poněvadž $m = F_1/a_1$ dostaneme po dosazení

$$F_2 = \frac{a_2}{a_1} F_1.$$

$$\text{Číselně } F_2 = \frac{2}{0,8} \cdot 60 \text{ N} = 150 \text{ N}.$$

Síla, která uděluje tělesu zrychlení $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, má velikost 150 N.

Úloha 48

Těleso o hmotnosti 200 g, které bylo na začátku v klidu, působením stálé síly dosáhlo na konci šesti sekund rychlosti $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Určte velikost síly působící na těleso.

Řešení

$$m = 0,2 \text{ kg}, t = 6 \text{ s}, v = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, F = ?$$

Těleso se působením stálé síly začne pohybovat rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením $a = v/t$. Z druhého pohybového zákona i dostáváme

$$F = ma = m \frac{v}{t}.$$

$$\text{Číselně } F = 0,2 \cdot \frac{3}{6} \text{ N} = 0,1 \text{ N}.$$

Na těleso působila síla o velikosti 0,1 N.

Úloha 49

Na těleso o hmotnosti $0,2 \text{ kg}$, které je na začátku v klidu, začne působit stálá síla $0,1 \text{ N}$. Jakou rychlost získá těleso za 6 s od začátku pohybu a jakou dráhu při tom urazí?

Řešení

$$m = 0,2 \text{ kg}, t = 6 \text{ s}, F = 0,1 \text{ N}; v = ?, s = ?$$

Poněvadž těleso se pohybuje rovnoměrně zrychleně, platí pro jeho rychlost v a dráhu s vztahy $v = at$ a $s = \frac{1}{2}at^2$. Užitím druhého pohybového zákona $a = F/m$ pak dostáváme

$$v = at = \frac{F}{m}t, \quad s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \frac{F}{m}t^2.$$

$$\text{Číselně } v = \frac{0,1}{0,2} \cdot 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad s = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,1}{0,2} \cdot 6^2 \text{ m} = 9 \text{ m}.$$

Těleso získá za 6 s rychlost $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a urazí při tom dráhu 9 m .

Úloha 50

Těleso, které bylo na začátku v klidu, se začalo působením stálé síly 20 N pohybovat rovnoměrně zrychleně a urazilo při tom za 10 s dráhu 25 m . Jaká je jeho hmotnost?

Řešení

$$F = 20 \text{ N}, t = 10 \text{ s}, s = 25 \text{ m}; m = ?$$

Pro dráhu rovnoměrně zrychleného pohybu platí $s = \frac{1}{2}at^2$, odkud $a = 2s/t^2$. S použitím druhého pohybového zákona pak dostáváme

$$m = \frac{F}{a} = \frac{F}{2s/t^2} = \frac{Ft^2}{2s}.$$

Jednotková zkouška

$$[m] = \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} = \text{kg}.$$

Číselně

$$m = \frac{20 \cdot 10^2}{2 \cdot 25} \text{ kg} = 40 \text{ kg}.$$

Těleso má hmotnost 40 kg .

Úloha 51

Vagon o hmotnosti 16 t se pohyboval počáteční rychlostí $36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a sebravčností pak urazil do úplného zastavení dráhu $0,5 \text{ km}$. Určete velikost stálé brzdící síly, která působila proti směru jeho pohybu.

Řešení

$$m = 16 \cdot 10^3 \text{ kg}, v_0 = 36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, s_z = 0,5 \cdot 10^3 \text{ m}; F = ?$$

Pro brzdnou dráhu vagonu platí $s_z = v_0^2/2a$, odkud $a = v_0^2/2s_z$. Po dosazení do druhého pohybového zákona dostáváme

$$F = ma = \frac{mv_0^2}{2s_z}.$$

$$\text{Číselně } F = \frac{16 \cdot 10^3 \cdot 10^2}{2 \cdot 0,5 \cdot 10^3} \text{ N} = 1600 \text{ N} = 1,6 \text{ kN}.$$

Na vagon působila proti směru jeho pohybu stálá brzdící síla o velikosti $1,6 \text{ kN}$.

Úloha 52

Vlak o hmotnosti $4 \cdot 10^6 \text{ kg}$ pohybující se rychlostí $36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ začal brzdit stálou silou $2 \cdot 10^5 \text{ N}$. Jakou vzdálenost urazí za 1 min od začátku brzdění? Za jakou dobu se vlak zastaví a jakou dráhu při tom urazí?

Řešení

$$m = 4 \cdot 10^6 \text{ kg}, v_0 = 36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, F = 2 \cdot 10^5 \text{ N}, t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}; s = ?, t_z = ?, s_z = ?$$

Poněvadž brzdící síla je konstantní, vlak se při brzdění pohybuje rovnoměrně zpomaleným pohybem. Dráha vlaku při rovnoměrně zpomaleném pohybu je $s = v_0t - \frac{1}{2}at^2$ a po dosazení $a = \frac{F}{m}$ dostáváme

$$s = v_0t - \frac{1}{2} \frac{F}{m}t^2.$$

$$\text{Číselně } s = 10 \cdot 60 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 10^5}{4 \cdot 10^6} \cdot 60^2 \text{ m} = 510 \text{ m}.$$

Pro dobu zastavení platí

$$t_z = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{F/m} = \frac{mv_0}{F}.$$

$$\text{Číselně } t_z = \frac{4 \cdot 10^6 \cdot 10}{2 \cdot 10^5} \text{ s} = 200 \text{ s} = 3 \text{ min } 20 \text{ s}.$$

Brzdnou dráhu lze vyjádřit vztahem

$$s_z = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{\frac{2F}{m}} = \frac{mv_0^2}{2F}$$

$$\text{Číselně } s_z = \frac{4 \cdot 10^6 \cdot 10^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^5} \text{ m} = 1000 \text{ m} = 1 \text{ km.}$$

Vlak při brzdění urazí za 1 min dráhu 510 m. Zastaví se za 3 min 20 s a urazí při tom brzdovou dráhu 1 km.

Úloha 53

Na těleso o hmotnosti 10 kg působí v jednom bodě dvě navzájem kolmé síly o velikostech 3 N a 4 N. Určete zrychlení tělesa.

Řešení

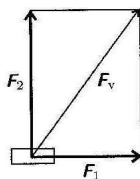
$$m = 10 \text{ kg}, F_1 = 3 \text{ N}, F_2 = 4 \text{ N}; a = ?$$

Tělesu o hmotnosti m uděluje zrychlení výslednice sil F_1 a F_2 (obr. 21). Velikost výslednice $F_v = F_1 + F_2$ určíme z Pythagorovy věty $F_v = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$. Z druhého pohybového zákona pak vyplývá

$$a = \frac{F_v}{m} = \frac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{m}$$

$$\text{Číselně } a = \frac{\sqrt{3^2 + 4^2}}{10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Směr zrychlení a je stejný jako směr výslednice F_v . Těleso se bude pohybovat se zrychlením $0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ve směru výslednice sil působících na těleso.



Obr. 21

Poznámka

Jestliže na těleso působí několik sil, pak při řešení úloh na druhý pohybový zákon (viz např. úlohy 53–57) postupujeme zpravidla takto:

1. Zjistíme všechny síly působící ve zvolené vztažné soustavě na dané těleso a zakreslíme je do náčrtu. Při tom dáváme pozor, abychom žádnou sílu nevynechali a abychom na druhé straně nepočítali se silami, které ve skutečnosti na těleso nepůsobí.
2. Určíme výslednici F_v sil působících na těleso.
3. Výslednici sil F_v uděluje tělesu o hmotnosti m zrychlení a , druhý pohybový zákon napíšeme proto ve tvaru $F_v = ma$ (popř. ve skalárním tvaru $F_v = ma$).

Z druhého pohybového zákona $F_v = ma$ vyplývá, že směr zrychlení a je stejný jako směr výslednice sil F_v .

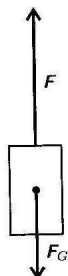
Na těleso působí svisle vzhůru tažná síla lana F , směrem dolů tíhová síla $F_G = mg$ (obr. 23); výslednice obou sil uděluje tělesu zrychlení. Z druhého pohybového zákona dostáváme

$$F - mg = ma \quad \text{a odtud} \quad a = \frac{F - mg}{m}$$

Jestliže do toho vztahu za tažnou sílu lana dosadíme sílu $F = 15000 \text{ N}$, při které se lano přetrhne, dostaneme hledané zrychlení a . Je tedy

$$a = \frac{15000 - 500 \cdot 10}{500} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Tažné lano se přetrhne při zrychlení $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Obr. 23

Úloha 56

Kabina výtahu o hmotnosti 400 kg zavěšená na laně se pohybuje rovnoměrně zrychleně směrem dolů a urazí při tom za 10 s dráhu 30 m. Určete tahovou sílu, kterou lano působí na kabinu. Tíhové zrychlení je $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení

$$m = 400 \text{ kg}, t = 10 \text{ s}, s = 30 \text{ m}, g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; F = ?$$

Na kabinu působí tíhová síla $F_G = mg$ směrem dolů a tahová síla lana F směrem vzhůru (obr. 24); výslednice obou sil uděluje kabině zrychlení a . Podle druhého pohybového zákona platí $mg - F = ma$ a odtud $F = m(g - a)$. Zrychlení a vypočteme ze vztahu pro dráhu rovnoměrně zrychleného pohybu

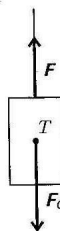
$$s = \frac{1}{2}at^2, \quad a = \frac{2s}{t^2}$$

Po dosazení zrychlení do vztahu pro tahovou sílu dostáváme

$$F = m \left(g - \frac{2s}{t^2} \right)$$

$$\text{Číselně } F = 400 \left(9,81 - \frac{2 \cdot 30}{10^2} \right) \text{ N} \approx 3,7 \cdot 10^3 \text{ N.}$$

Lano působí na kabinu výtahu směrem vzhůru tahovou silou 3,7 kN.



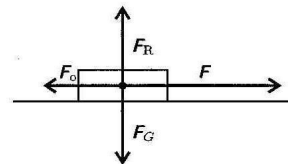
Obr. 24

Úloha 54

Určete tažnou sílu lokomotivy, jestliže uděluje vlaku o hmotnosti 2500 t zrychlení $5 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$. Celková odporová síla působící proti pohybu vlaku je 0,5 % jeho tíhy. Tíhové zrychlení je $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení

$$m = 2,5 \cdot 10^6 \text{ kg}, a = 0,05 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, p = 0,5 \% = 0,005, g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; F = ?$$



Obr. 22

Na vlak působí ve směru jeho pohybu tažná síla F a proti směru pohybu odporová síla F_0 (obr. 22); výslednice obou sil uděluje vlaku zrychlení. Podle druhého pohybového zákona platí

$$F - F_0 = ma, \quad \text{odtud} \quad F = F_0 + ma = pmg + ma = m(pg + a).$$

$$\text{Číselně } F = 2,5 \cdot 10^6 (0,005 \cdot 10 + 0,05) \text{ N} = 2,5 \cdot 10^5 \text{ N.}$$

Lokomotiva působí na vlak tažnou silou $2,5 \cdot 10^5 \text{ N}$.

Poznámka

Na vlak působí také tíhová síla F_G a reakce podložky F_R (obr. 22). Obě síly mají stejnou velikost a opačný směr ($F_R = -F_G$), a proto se navzájem ruší. Z tohoto důvodu je na náčrtcích často nebudeme znázorňovat.

Úloha 55

Těleso o hmotnosti 500 kg je taženo rovnoměrně zrychleným pohybem svisle vzhůru. Určete zrychlení, při kterém se tažné lano přetrhne, jestliže jeho pevnost v tahu je 15 kN. Tíhové zrychlení je $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení

$$m = 500 \text{ kg}, F = 15000 \text{ N}, g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; a = ?$$

Úloha 57

Těleso o hmotnosti 0,2 kg padající z výšky 36 m dopadlo na zem za 3 s. Dokažte, že těleso nepadlo volným pádem, a určete odporovou sílu, kterou vzduch působil na padající těleso. Předpokládáme, že odporová síla je během pohybu stálá. Tíhové zrychlení je $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení

$$m = 0,2 \text{ kg}, s = 36 \text{ m}, t = 3 \text{ s}, g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; F_0 = ?$$

Kdyby těleso padalo z výšky $s = \frac{1}{2}gt_v^2$ volným pádem, dopadlo by na zem za dobu

$$t_v = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 36}{10}} \text{ s} \approx 2,68 \text{ s,}$$

ve skutečnosti však dopadne za dobu $t = 3 \text{ s}$. Na padající těleso působí tedy kromě tíhové síly $F_G = mg$ směrem dolů také odporová síla F_0 opačného směru (obr. 25); výslednice obou sil uděluje tělesu zrychlení a .

Podle druhého pohybového zákona platí $F_G - F_0 = ma$. Ze vztahu pro dráhu rovnoměrně zrychleného pohybu $s = \frac{1}{2}at^2$ vypočteme zrychlení padajícího tělesa $a = 2s/t^2$ a dosadíme ho do druhého pohybového zákona. Dostáváme

$$mg - F_0 = m \frac{2s}{t^2} \quad \text{a odtud} \quad F_0 = m \left(g - \frac{2s}{t^2} \right).$$

Číselně

$$F_0 = 0,2 \left(10 - \frac{2 \cdot 36}{3^2} \right) \text{ N} = 0,4 \text{ N.}$$

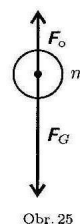
Na padající těleso působila směrem vzhůru odporová síla 0,4 N.

Úloha 58

Dvě tělesa o různých hmotnostech $m_1 > m_2$ začala padat ve stejném okamžiku ze stejné výšky nad zemí. Na obě tělesa při pádu působily stejné konstantní odporové síly vzduchu. Dopadnou obě tělesa na zem současně?

Řešení

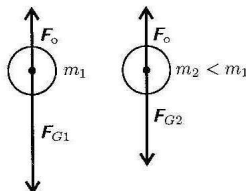
Při volném pádu padá těleso se stejným zrychlením nezávisle na jeho hmotnosti. Jestliže na obě tělesa působí stejné odporové síly, zdá se, že zrychlení



Obr. 25

obou těles bude také stejný. Výpočet pomocí druhého pohybového zákona však ukazuje, že tomu tak není. Druhý pohybový zákon pro první těleso lze psát ve tvaru $F_{G1} - F_o = m_1 a_1$, kde F_{G1} je tíhová síla působící na první těleso a F_o odporová síla vzduchu (obr. 26). Z této rovnice vyplývá

$$a_1 = \frac{F_{G1} - F_o}{m_1} = \frac{F_{G1}}{m_1} - \frac{F_o}{m_1} = g - \frac{F_o}{m_1} \quad (a)$$



Obr. 26

Pro druhé těleso analogicky dostáváme

$$a_2 = g - \frac{F_o}{m_2} \quad (b)$$

Poněvadž $m_1 > m_2$, je podle vztahů (a) a (b) $a_1 > a_2$. To znamená, že těleso o větší hmotnosti bude padat s větším zrychlením, a dopadne tedy na zem dříve.

Poznámka

Jestliže by platilo $F_o = 0$, dostaneme z rovnic (a) a (b) $a_1 = a_2 = g$. To znamená, že při volném pádu, při kterém na padající tělesa nepůsobí odporová síla, je zrychlení padajících těles stejné, nezávislé na jejich hmotnosti.

Úloha 59

Ve vagonu, který se pohybuje po vodorovné rovině rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, je zavěšeno na vlákne těleso o hmotnosti 2 kg (obr. 27a). Určete úhel, který svírá vlákno se svislým směrem, a velikost tahové síly, kterou je vlákno napínáno. Předpokládáme, že při pohybu vagonu je těleso vzhledem k vagonu v klidu. Tíhové zrychlení je $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení

$$a = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, m = 2 \text{ kg}, g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, \alpha = ?, F = ?$$

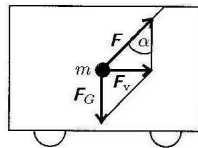
Úlohu řešíme z hlediska inerciální vztažné soustavy spojené se Zemí. V ustáleném stavu se těleso pohybuje se stejným zrychlením jako vagon, při tom vlákno, na kterém je těleso zavěšeno, je trvale vychýleno o úhel α . V tomto stavu působí na těleso tíhová síla F_G a tahová síla vlákna F . Jejich výslednice F_v uděluje zavěšenému tělesu zrychlení a . Podle obr. 27a a podle druhého pohybového zákona platí

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{F_v}{F_G} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}, \\ F &= \sqrt{F_v^2 + F_G^2} = \sqrt{m^2 a^2 + m^2 g^2} = m \sqrt{a^2 + g^2}. \end{aligned}$$

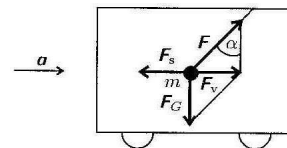
Číselně

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{3}{9,81} = 0,3058; \quad \alpha = 17^\circ, \\ F &= 2 \sqrt{3^2 + 9,81^2} \text{ N} \approx 21 \text{ N}. \end{aligned}$$

Vlákno svírá se svislým směrem úhel 17° a je napínáno tahovou silou o velikosti 21 N .



Obr. 27a



Obr. 27b

Poznámka

Úlohu můžeme řešit také z hlediska neinerciální vztažné soustavy spojené s vagonem (obr. 27b). V neinerciální vztažné soustavě působí na těleso kromě tíhové síly F_G a tahové síly vlákna F ještě setrvačná síla $F_s = -ma$. Těleso se vzhledem k vagonu nepohybuje, a proto výslednice všech tří sil je nulová. Setrvačná síla má tedy stejnou velikost jako výslednice F_v sil F_G a F , má však opačný směr.

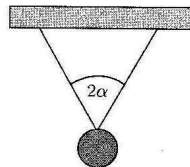
Z obr. 27b opět vyplývá

$$\tan \alpha = \frac{F_v}{F_G} = \frac{a}{g}, \quad F = \sqrt{F_v^2 + F_G^2} = m \sqrt{a^2 + g^2}.$$

□

Úloha 60

Těleso o hmotnosti 1 kg je připevněno k horizontálně umístěné tyči dvěma vlákny svírajícími úhel 60° (obr. 28a). Těleso i s tyčí je na začátku v klidu. Jaká bude tahová síla každého vlákna, jestliže tyč začneme táhnout svisle vzhůru se zrychlením $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$? Tíhové zrychlení je $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Obr. 28a

Řešení

$$m = 1 \text{ kg}, \alpha = 30^\circ, a = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, F = ?$$

Na těleso působí tři síly (obr. 28b): tahové síly vláken F_1 a F_2 a tíhová síla F_G . Výslednice těchto sil uděluje tělesu o hmotnosti m zrychlení a . Podle druhého pohybového zákona proto platí

$$F_1 + F_2 + F_G = ma.$$

Výslednice sil F_1 a F_2 má podle obr. 28b velikost $2F \cos \alpha$, kde $F = |F_1| = |F_2|$ je velikost tahových sil obou vláken. Výslednice všech tří sil má velikost $2F \cos \alpha - mg$. Z druhého pohybového zákona pak dostáváme

$$2F \cos \alpha - mg = ma, \text{ odtud } F = \frac{m(a+g)}{2 \cos \alpha}.$$

$$\text{Číselně } F = \frac{1(5+9,81)}{2 \cos 30^\circ} \text{ N} \approx 8,6 \text{ N}.$$

Velikost tahové síly každého vlákna je $8,6 \text{ N}$.

Poznámka

Jestliže dosadíme do obecného řešení $a = 0$ (tyč je v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu) a $\alpha = 0$ (těleso je zavěšeno na dvou rovnoběžných vláknech), dostaneme $F = \frac{1}{2}mg$. To je však samozřejmé, neboť je-li těleso, které je v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, zavěšeno na dvou rovnoběžných vláknech, je každé z nich namáháno silou, která se rovná polovině tíhy tělesa.

Úloha 61

Mezi dvěma nepohybujícími se loďkami, které jsou na hladině jezera, je nataženo lano. Člověk, který je na první loďce, táhne lano stálou silou 50 N po dobu 5 s . Určete velikost rychlostí, které budou mít obě loďky za

tuto dobu. Jaká bude za tuto dobu velikost relativní rychlosti první loďky vzhledem k druhé? Hmotnost první loďky i s člověkem je 250 kg , hmotnost druhé loďky 500 kg . Odpor vody neuvažujeme.



Obr. 29

Řešení

$$F = 50 \text{ N}, t = 5 \text{ s}, m_1 = 250 \text{ kg}, m_2 = 500 \text{ kg}; v_1 = ?, v_2 = ?, v_r = ?$$

Podle zákona akce a reakce je velikost sil, které působí na obě loďky, stejná ($|F_1| = |F_2| = F$, viz obr. 29). Pro velikosti rychlostí obou loďek vzhledem k břehům proto dostáváme

$$v_1 = a_1 t = \frac{F}{m_1} t, \quad v_2 = a_2 t = \frac{F}{m_2} t.$$

$$\begin{aligned} \text{Číselně } v_1 &= \frac{50}{250} \cdot 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \\ v_2 &= \frac{50}{500} \cdot 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \end{aligned}$$

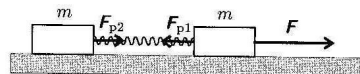
Relativní rychlost první loďky vzhledem k druhé je

$$v_r = v_1 + v_2 = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} + 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

První loďka bude mít za 5 s vzhledem k břehům rychlost $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, druhá $0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Velikost relativní rychlosti první loďky vzhledem k druhé je $1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Úloha 62

Na vodorovné podložce jsou dvě tělesa o stejných hmotnostech 1 kg spojená navzájem pružinou o tuhosti $200 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ (obr. 30). Na jedno z obou těles působí ve vodorovném směru stálá síla 20 N . Určete sílu pružnosti, kterou je napínána pružina, a prodloužení pružiny za předpokladu, že obě



Obr. 30

tělesa se pohybují se stejným zrychlením. Tíhu pružiny a tření mezi tělesy a podložkou neuvažujeme.

Řešení

$$m = 1 \text{ kg}, k = 200 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, F = 20 \text{ N}; F_p = ?, x = ?$$

Na první těleso působí ve směru pohybu tahová síla F a proti směru pohybu pružina silou pružnosti F_p ; výslednice obou sil uděluje tělesu zrychlení. Na druhé těleso působí jen pružina silou F_p . Podle zákona akce a reakce jsou síly F_p a F_p stejně velké, ale mají opačný směr; platí proto $|F_p| = |F_p| = F_p$.

Pro první a druhé těleso můžeme napsat druhý pohybový zákon ve tvaru

$$F - F_p = ma, \quad F_p = ma.$$

Z obou rovnic vyplývá

$$F - F_p = F_p, \text{ odtud } F_p = \frac{F}{2} = \frac{20}{2} \text{ N} = 10 \text{ N}.$$

Poněvadž síla pružnosti F_p je přímo úměrná prodloužení pružiny x , platí $F_p = F/2 = kx$, kde k je tuhost pružiny. Z poslední rovnice dostáváme

$$x = \frac{F}{2k}.$$

$$\text{Číselně } x = \frac{20}{2 \cdot 200} \text{ m} = 0,05 \text{ m}.$$

Pružina, která spojuje obě tělesa, je napínána silou 10 N. Při pohybu obou těles se pružina prodlouží o 5 cm.

Poznámka

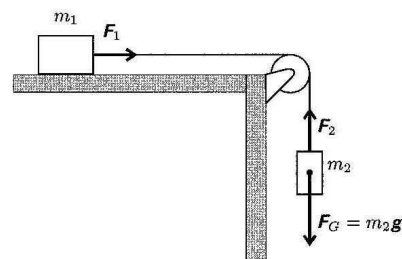
Při použití druhého pohybového zákona je třeba vždy uvážit, na které těleso tento zákon aplikujeme. V našem případě jsme použili tento zákon nejprve pro první a pak pro druhé těleso.

Úloha 63

Dvě tělesa o hmotnostech 4 kg a 1 kg jsou spojena vláknem přes kladku o zanedbatelné hmotnosti (obr. 31). Určete velikosti zrychlení jednotlivých těles a velikost tahové síly, kterou je napínáno vlákno. Tření mezi tělesem a podložkou neuvažujeme. Tíhové zrychlení je $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení

$$m_1 = 4 \text{ kg}, m_2 = 1 \text{ kg}, g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; a = ?, F = ?$$



Obr. 31

Na těleso o hmotnosti m_1 působí ve vodorovném směru jen tahová síla vlákna F_1 o velikosti $F = |F_1|$. Na druhé těleso o hmotnosti m_2 působí směrem dolů tíhová síla $F_G = m_2 g$ a v opačném směru tahová síla vlákna F_2 o velikosti $F = |F_2| = |F_1|$. Podle druhého pohybového zákona, který aplikujeme postupně na první a na druhé těleso, platí

$$F = m_1 a, \quad (a)$$

$$m_2 g - F = m_2 a.$$

Sečtením levých a pravých stran obou rovnic dostáváme

$$m_2 g = (m_1 + m_2) a, \text{ odtud } a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g. \quad (b)$$

Dosadíme-li toto zrychlení do vztahu (a), dostaneme

$$F = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g. \quad (c)$$

$$\text{Číselně } a = \frac{1}{1 + 4} \cdot 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2},$$

$$F = \frac{1 \cdot 4}{1 + 4} \cdot 10 \text{ N} = 8 \text{ N}.$$

Velikost zrychlení jednotlivých těles je $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Síla, která napíná vlákno, má velikost 8 N.

Poznámky

1. Vektory zrychlení obou těles jsou různé (mají různý směr). V důsledku toho pojem zrychlení soustavy nemá smysl (stejně jsou jen velikosti zrychlení obou těles). Druhý

pohybový zákon proto nelze aplikovat na celou soustavu o hmotnosti $m_1 + m_2$, ale jen na jednotlivá tělesa.

2. Jestliže do obecných řešení (b) a (c) dosadíme $m_1 = 0$, dostaneme $a = g$ (těleso o hmotnosti m_2 padá volným pádem) a $F = 0$ (vlákno není napnuté). Dosadíme-li do obou obecných řešení $m_2 = 0$, dostaneme $a = 0$ (první těleso je v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu) a $F = 0$ (vlákno opět není napnuté).

Úloha 64

Na pevné kladce visí dvě tělesa s hmotnostmi 3 kg a 6,8 kg (obr. 32). Těleso o menší hmotnosti se nachází ve vzdálenosti 2 m pod tělesem o větší hmotnosti. Za jakou dobu budou obě tělesa ve stejné výšce? Počáteční rychlost obou těles je nulová, tíhové zrychlení je $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Hmotnost kladky neuvažujeme.

Řešení

$$m_1 = 3 \text{ kg}, m_2 = 6,8 \text{ kg}, h = 2 \text{ m}, g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; t = ?$$

Velikost zrychlení obou těles vypočteme z druhého pohybového zákona, který aplikujeme postupně na obě tělesa:

$$F - m_1 g = m_1 a$$

$$m_2 g - F = m_2 a$$

Sečtením levých a pravých stran obou rovnic dostaneme

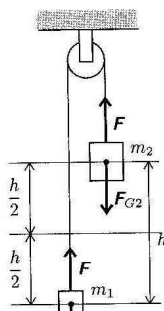
$$m_2 g - m_1 g = m_1 a + m_2 a, \text{ odtud } a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g.$$

Obě tělesa konají rovnoměrně zrychlený pohyb a do jejich vzájemného setkání urazí dráhu $\frac{h}{2}$. Platí proto $\frac{h}{2} = \frac{1}{2} a t^2$ a odtud $t = \sqrt{h/a}$. Po dosazení za velikost zrychlení a dostáváme

$$t = \sqrt{\frac{h}{g} \frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1}}.$$

$$\text{Číselně } t = \sqrt{\frac{2}{10} \frac{3 + 6,8}{6,8 - 3}} \text{ s} \approx 0,7 \text{ s}.$$

Obě tělesa se setkají za 0,7 s.



Obr. 32

Úloha 65

Na nakloněnou rovinu s úhlem sklonu 30° položíme těleso o hmotnosti 2 kg. Určete zrychlení, se kterým se těleso na nakloněné rovině bude pohybovat. Tíhové zrychlení je $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, třecí sílu neuvažujeme.

Řešení

$$\alpha = 30^\circ, m = 2 \text{ kg}, g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, a = ?$$

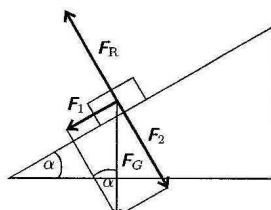
Na těleso na nakloněné rovině působí tíhová síla F_G a reakce podložky F_R (obr. 33). Tíhovou sílu $F_G = mg$ rozložíme na pohybovou složku o velikosti $F_1 = mg \sin \alpha$ a na tlakovou složku o velikosti $F_2 = mg \cos \alpha$. Tlaková složka F_2 se ruší s reakcí podložky F_R a na těleso ve směru nakloněné roviny působí jen pohybová složka F_1 .

Podle druhého pohybového zákona platí

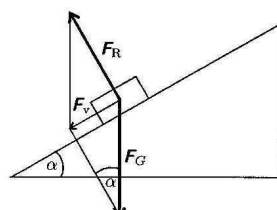
$$a = \frac{F_1}{m} = \frac{mg \sin \alpha}{m} = g \sin \alpha.$$

$$\text{Číselně } a = 10 \cdot \sin 30^\circ \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 10 \cdot 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Těleso se bude pohybovat na nakloněné rovině se zrychlením o velikosti $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Obr. 33



Obr. 34

Poznámky

1. Úlohu můžeme řešit také pomocí skládání sil (obr. 34). Na těleso působí tíhová síla F_G a reakce podložky F_R , výslednice obou sil $F_V = F_G + F_R$ uděluje tělesu zrychlení. Podle druhého pohybového zákona a podle obr. 34 opět dostáváme

$$a = \frac{F_V}{m} = \frac{F_G \sin \alpha}{m} = \frac{mg \sin \alpha}{m} = g \sin \alpha.$$

2. Z obecného řešení $a = g \sin \alpha$ vyplývá, že je-li $\alpha = 0$, je $a = g \sin 0^\circ = 0$ a těleso položené na rovinu je v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu. Je-li $\alpha = 90^\circ$, je $a = g \sin 90^\circ = g$. Těleso padá v tomto případě volným pádem podél nakloněné roviny. Všimněte si, že zrychlení tělesa na nakloněné rovině nezávisí na jeho hmotnosti.

Úloha 66

Vypočítejte poměr velikostí tlakových sil, kterými těleso působí na vodorovnou rovinu a na nakloněnou rovinu s úhlem sklonu 60° .

Řešení

$$\alpha = 60^\circ; F_G/F_2 = ?$$

Na vodorovnou rovinu působí těleso tíhovou silou $F_G = mg$, na nakloněnou rovinu s úhlem sklonu α silou $F_2 = mg \cos \alpha$ (viz úlohu č. 65). Poměr velikostí obou sil je

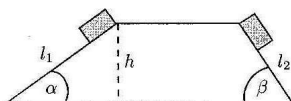
$$\frac{F_G}{F_2} = \frac{mg}{mg \cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}.$$

$$\text{Číselně } \frac{F_G}{F_2} = \frac{1}{0,5} = 2.$$

Těleso působí na vodorovnou rovinu dvakrát větší tlakovou silou než na nakloněnou rovinu s úhlem sklonu 60° .

Úloha 67

Které z obou těles na obr. 35 sklouzne po nakloněné rovině dříve? Tření neuvažujeme.



Obr. 35

Řešení

Vypočteme dobu, za kterou těleso sklouzne po nakloněné rovině o délce l_1 , výšce h a s úhlem sklonu α . Těleso se na nakloněné rovině pohybuje rovnoměrně zrychleně, takže platí

$$l_1 = \frac{1}{2} a t_1^2. \quad (a)$$

Zrychlení tělesa na nakloněné rovině je

$$a = g \sin \alpha \quad (b)$$

(viz úlohu č. 65); délka nakloněné roviny je

$$l_1 = \frac{h}{\sin \alpha} \quad (c)$$

(viz obr. 35). Po dosazení (b) a (c) do vztahu (a) dostáváme

$$\frac{h}{\sin \alpha} = \frac{1}{2} (g \sin \alpha) t_1^2, \quad \text{odtud } t_1 = \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Analogicky pro těleso na druhé nakloněné rovině platí

$$t_2 = \frac{1}{\sin \beta} \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Poněvadž $\alpha < \beta \leq 90^\circ$, je $\sin \alpha < \sin \beta$ a odtud $t_1 > t_2$. Druhé těleso sklouzne po nakloněné rovině dříve.

Poznámky

- Úlohu lze vyřešit i bez podrobnějších výpočtů, jestliže si uvědomíme, že první těleso se pohybuje po delší dráze a s menším zrychlením.
- Dosadíme-li do obecného řešení $\alpha = 90^\circ$ (těleso padá volným pádem), dostaneme

$$t = \frac{1}{\sin 90^\circ} \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Tento výsledek však můžeme získat přímo, vypočteme-li čas ze vztahu pro dráhu volného pádu $h = \frac{1}{2} g t^2$.

TŘECÍ SÍLA

Úloha 68

Psí spřežení táhnoucí na sněhu sáně po vodorovné rovině je schopno vyvinout ve vodorovném směru maximální sílu 500 N. Jaká je maximální hmotnost saní i se zátěží, kterou může spřežení utáhnout rovnoměrným přímočarým pohybem, je-li součinitel tření 0,05? Tíhové zrychlení je $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Řešení

$$F = 500 \text{ N}, f = 0,05, g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; m = ?$$